

## 12. Спектър на периодични сигнали. Амлитудно-модулирани сигнали. Спектър на сигналите. Ширина на честотната лента

Всички процеси в природата се развиват в някакъв интервал от време. За това е напълно естествено информацията за тези процеси да се задава като функция на времето, т.е. като сигнал  $s = s(t)$  или представяне в равнината амплитуда-време  $(A, t)$ . Съществува и друго представяне на сигналите в равнината амплитуда-честота  $(A, \omega)$ , наречено **спектър** на сигналите. Връзка между двете представяния дава **преобразуването на Фурие**. За периодичните сигнали като връзка се използва **редът на Фурие**, а за неперидичните – **интегралът на Фурие**. В електрониката основно приложение имат периодичните сигнали, чрез които се изследват свойствата на електронните схеми – от най-простите електрически вериги до най-сложните схеми, съдържащи интегрални схеми (аналогови, цифрови и от смесен тип).

Периодичните сигнали представляват повтаряща се през равни интервали от време  $(T)$  импулси с постоянна форма:  $s(t) = s(t+nT)$ ;  $(n = 0, 1, 2, \dots)$ , където  $T$  е периодът на повторение. Те могат да се представят чрез тригонометричен ред на Фурие:

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)] , \text{ където } \omega_0 \text{ е основната кръгова}$$

честота на сигнала  $(\omega_0 = 2\pi/T)$ . Този израз показва, че произволен периодичен сигнал може да се представи като линейна суперпозиция от простопериодични сигнали с честоти, кратни на основната – хармонични съставни. При преминаване през линейни системи простопериодичните сигнали не променят формата си, а само амплитудата и фазата си. Коефициентите в реда на Фурие (т.е. амплитудите на отделните хармонични) се дават от изразите:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} s(t) \cos(n\omega_0 t) dt , \quad b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} s(t) \sin(n\omega_0 t) dt , \quad a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} s(t) dt , \text{ където } a_0$$

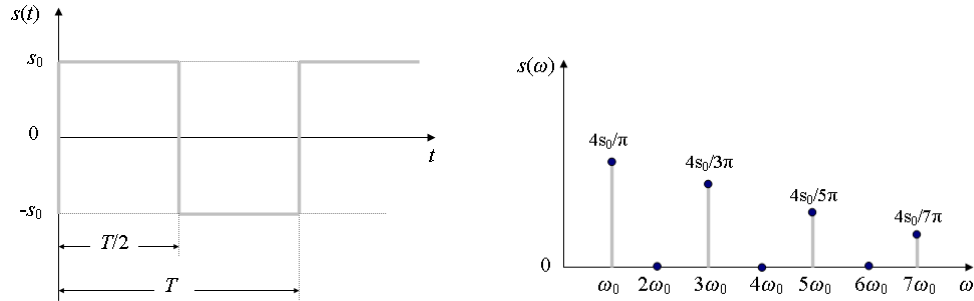
има смисъл на **постоянна съставна** на сигнала (с честота  $\omega_0 = 0$ ) или **средна стойност**.

Често вместо периодичните синусоидални сигнали, в електрониката се използват симетрични правоъгълни и триъгълни сигнали, които имат по-сложен спектър и могат да дадат повече информация за изследваната схема.

Аналитичният вид на правоъгълния сигнал може да се представи като:

$$s(t) = \begin{cases} s_0, & 0 \leq t \leq T/2 \\ -s_0, & T/2 < t \leq T \end{cases}, \text{ а редът на Фурие е } s(t) = \frac{4s_0}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)} \sin[(2n+1)\omega_0 t],$$

като съдържа само нечетни хармонични при този избор на началната фаза. Графиките на двете представяния са дадени на фиг. 1.

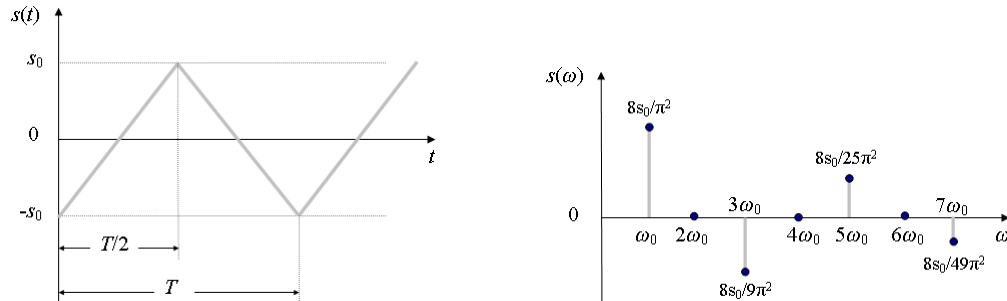


фиг. 1

Аналитичният вид на правоъгълния сигнал може да се представи като:

$$s(t) = \begin{cases} s_0(4t/T - 1), & 0 \leq t \leq T/2 \\ -s_0(4t/T - 3), & T/2 < t \leq T \end{cases}, \text{ с ред на Фурие } s(t) = \frac{8s_0}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2} \sin[(2n+1)\omega_0 t]$$

който съдържа само нечетни хармонични при този избор на началната фаза. Графиките на двете представяния са дадени на фиг. 2.



фиг. 2

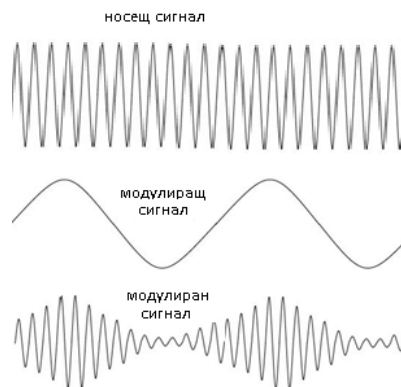
Спектърът на правоъгълния сигнал е значително по-богат на хармонични от този на триъгълния, тъй като амплитудите на спектралните компоненти намаляват като  $1/2n$  спрямо  $1/(2n)^2$  на триъгълния.

Периодичните сигнали са **детерминирани** сигнали, т.е. те са напълно известни във всеки момент време и не носят нова информация. За да могат да се използват за пренос на информация, трябва да се манипулира някой от параметрите им – амплитудата, честотата или фазата. Манипулирането на

амплитудата води **амплитудна модулация**, на честотата – на **честотна модулация**, на фазата – **фазова модулация**, като последните две имат сходни свойства и могат да се разглеждат общо като форма на **ъглова модулация**.

Амплитудната модулация е най-стария и най-прост метод за пренос на информация, широко използван в радио-разпръскването и отчасти в телевизията през 20-ти век. Използва се в по-ниско честотния спектър на радиовълните – обхваща на дългите, средните и късите вълни (метровия и дециметровия обхват).

При амплитудна модулация (АМ) носещият сигнал е  $u_0 = U_{0m} \cos(\omega_0 t)$  и неговата амплитуда  $U_{0m}$  е пропорционална на моментната стойност на модулиращия сигнал  $u_\Omega = U_{\Omega m} \cos(\Omega t)$ , като е изпълнено  $\Omega \ll \omega_0$ . Следователно амплитудата на модулирания сигнал е  $U_M = U_{0m} + u_\Omega$ , а самият сигнал е  $u_M = [U_{0m} + U_{\Omega m} \cos(\Omega t)] \cos(\omega_0 t) = U_{0m} [1 + m \cos(\Omega t)] \cos(\omega_0 t)$ , където  $m = U_{\Omega m} / U_{0m}$  е коефициентът на АМ (**дълбочина на АМ**). Видът на носещия, модулиращия и модулирания сигнал е показан на фиг. 1.



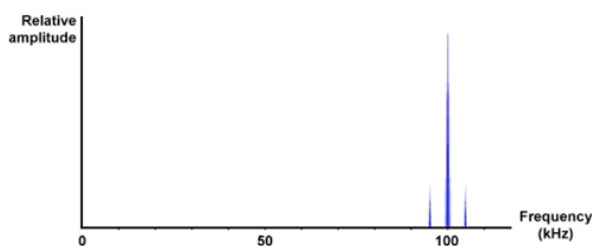
фиг. 1

Като се използват тригонометрични преобразувания за вида на модулирания сигнал се получава следния израз:

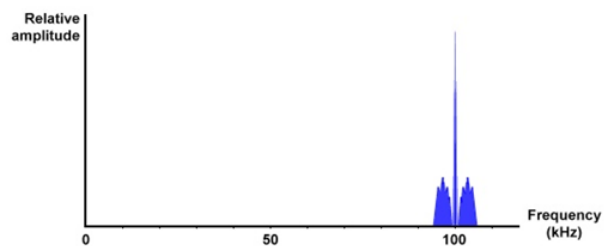
$$\begin{aligned}
 u_M &= U_{0m} \cos \omega_0 t + m U_{0m} \cos \omega_0 t \cos \Omega t = \\
 &= U_{0m} \cos \omega_0 t + \frac{m U_{0m}}{2} \cos(\omega_0 + \Omega)t + \frac{m U_{0m}}{2} \cos(\omega_0 - \Omega)t
 \end{aligned}$$

Следователно спектърът на  $u_M$  съдържа три съставлящи – носещия сигнал и два странични сигнала с еднакви амплитуди (**странични честоти**). Широчината на спектъра е равна на  $2\Omega$ . Пример за спектъра на такъв сигнал е представен на фиг. 2. Носещата честота е 100 kHz, а модулираща честота – 5

kHz. Реално, при предаване на информация, модулиращият сигнал не е на фиксирана честота, а се изменя в определен честотен диапазон. В такъв случай спектърът на модулирания сигнал ще представлява цяла област около носещата честота с обща ширина равна на 2 пъти ширината на честотната лента на носещия сигнал – от  $\omega_0 - \Omega_{\max}$  до  $\omega_0 + \Omega_{\max}$ , където  $\Omega_{\max}$  е горната гранична честота на полезния (модулиращ) сигнал. Пример за такъв спектър е представен на фиг. 3.



фиг. 2



фиг. 3

Двете странични честотни ленти са огледален образ една на друга, поради което този тип АМ обикновено се означава като DSB-AM (Double Side Band Amplitude Modulation). Очевидно, полезния сигнал носещ информация може да се извлече от всяка една от двете странични ленти, т.е. те пренасят една и съща информация. Освен това, честотната компонента на носещия сигнал (централния пик в спектъра) въобще не пренася информация. Поради това DSB-AM е сравнително ниско-ефективен (по отношение на мощност) метод за пренос на информация. DSB-AM е неефективна и от гледна точка на използване на честотния спектър – използва по широк спектър, отколкото е необходимо. Основно предимство на този тип АМ е простотата и лесната конструкция на приемника и предавателя.

Задачи.



Задача 1. Изследване на спектъра на правоъгълен и на триъгълен сигнал

Използва се генератор на сигнали, който се свързва към цифров осцилоскоп. За определяне на спектъра на сигналите от генератора се използва функцията FFT на осцилоскопа, намираща се в менюто Math.

От генератора се подава симетричен правоъгълен сигнал с честота 1 kHz и амплитуда  $\pm 1$  V към цифровия осцилоскоп. След Autoset на осцилоскопа сигналът се наблюдава като функция на времето с неговите параметри. Включва се бутонът Math и се избира FFT. На екрана се появява дискретния

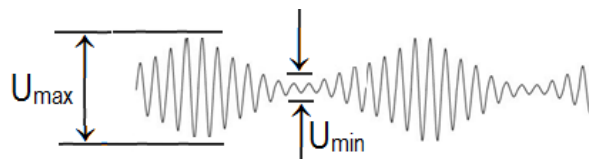
спектър на сигнала. Включва се бутонът Cursor и се избират хоризонтални курсори. Единият курсор се поставя на нивото на основната честота 1 kHz, а другия се мести последователно на другите компоненти на спектъра. Разликата между двата курсора ( $\Delta$ dB) се отчита от екрана на осцилоскопа. Измерват се амплитудите на първите седем спектрални компоненти. Измерените стойности се сравняват с теоретичните стойности, зададени в Таблица 1.

Генераторът се превключва на симетричен триъгълен сигнал със същите параметри и се повтарят същите стъпки, както при правоъгълния сигнал. Измерват се амплитудите на първите седем спектрални компоненти. Измерените стойности се сравняват с теоретичните стойности, зададени в Таблица 1.

Таблица 1								
	$f_i$ (kHz)	$f_1 = 1$ kHz	$f_2 = 3$ kHz	$f_3 = 5$ kHz	$f_4 = 7$ kHz	$f_5 = 9$ kHz	$f_6 = 11$ kHz	$f_7 = 13$ kHz
	изчислено $20\lg(f_i/f_1)$ [dB]	0	-9.54	-13.98	-16.90	-19.08	-20.82	-22.28
	измерено $20\lg(f_i/f_1)$ [dB]							
	изчислено $20\lg(f_i/f_1)$ [dB]	0	-19.08	-27.69	-33.80	-38.17	-41.66	-44.56
	измерено $20\lg(f_i/f_1)$ [dB]							

Задача 2. Наблюдаване и изследване на амплитудно модулиран сигнал.

Опитната постановка включва нискочестотен генератор, АМ/FM генератор, цифров волтметър и цифров осцилоскоп. Избира се режим АМ и ЕХТ на АМ/FM генератора, който се свързва към цифровия осцилоскоп и се настройва носещата честота на генератора на 100 kHz. Сигналът се наблюдава на цифровия осцилоскоп и се измерва големината му  $U_0$  (от екрана на осцилоскопа или с цифровия волтметър. Към входа за външна модулация на АМ/FM генератора се свързва нискочестотния генератор, от който се подава синусоидално напрежение с големина  $U_0 / 2$  и честота 1 kHz. С регулатора DEPTH на АМ/FM генератора се наглася нивото на модулиращия сигнал така, че стрелковия индикатор да показва 50%. При такава настройка дълбочината на модулация ще бъде  $m = 50\%$ . Модулираният сигнал се наблюдава на екрана на цифровия осцилоскоп. Визуално или чрез курсорите на осцилоскопа се определят стойностите на  $U_{\min}$  и  $U_{\max}$  (фиг. 4).



фиг. 4

Определете експерименталната стойност на дълбочината на модулация чрез връзката  $m = (U_{\max} - U_{\min}) / (U_{\max} + U_{\min}) \times 100$  [%]. Отговаря ли резултата на зададената стойност ( $m = 50\%$ )? Наблюдавайте спектъра на модулирания сигнал (Включва се бутонът Math и се избира FFT.). Като използвате хоризонталните курсори, определете затихването  $N$  [dB] на страничните честоти спрямо централната честота (носещия сигнал). Като използвате връзката  $20 \lg (m/2) = -N$ , определете стойността на  $m$ . Отговаря ли пресметнатата стойност на получената по другата формула?

Превключете нискочестотния генератор последователно на правоъгълен и триъгълен модулиращ сигнал и наблюдавайте спектъра на получения модулиран сигнал. Имат ли сходство наблюдаваните спектри с тези от Задача 1?